تأثیر آموزش مبتنی بر گفتمان ریاضی بر توانایی استدلال ریاضی دانش‌آموزان دوره‌ی متوسطه

غلامعلی احمدی[۱]، ابراهیم ریحانی[۲] و ندا نخستین روحی[۳]

چکیده

هدف این پژوهش، بررسی تأثیر گفتمان ریاضی (با شیوه‌ی بحث‌های کلاسی) بر توانایی استدلال ریاضی دانش‌آموزان بود. جامعه‌ی آماری این مطالعه تمام دانش‌آموزان پایه‌ی اول دوره‌ی دوم متوسطه (پایه‌ی ۹ ام) شهر ری در سال تحصیلی ۹۳-۱۳۹۲ بود. ۵۷ دانش‌آموز با روش نمونه‌گیری تصادفی چند مرحله‌ای انتخاب و در دو گروه آزمایشی و کنترل گماشته شدند. ابزار این پژوهش آزمون سنجش توانایی استدلال ریاضی متشکل از سؤالات ریاضی حیطه استدلال تیمز و میازاکی بود که پایایی آن ۰/۷۹ به‌دست آمد. برنامه‌ی طراحی شده در سه گام اقدام،کاوش و بحث و خلاصه سازی و با راهبردهای ده گانه تسهیل بحث‌های کلاسی سیریلو برای گروه آزمایشی در ۱۶ جلسه به کار گرفته شد. نتایج به‌دست آمده از تحلیل کواریانس نشان داد: توانایی استدلال ریاضی و استدلال استنتاجی دانش‌آموزان گروه آزمایشی نسبت به گروه گواه افزایش یافته است. مقدار ضریب همبستگی اسپیرمن نشان داد: بین توانایی استدلال استنتاجی و استقرایی دانش‌آموزان در هر دو گروه آزمایش و گواه رابطه معناداری وجود دارد. به طوری که با تقویت توانایی استدلال استنتاجی و آشنایی با محدودیت استدلال‌های استقرایی، دانش‌آموزان در دلیل‌آوری کمتر از استدلال استقرایی استفاده کردند.

واژه‌های کلیدی: گفتمان ریاضی، بحث‌های کلاسی، استدلال ریاضی، استدلال استنتاجی، استدلال استقرایی.

---

۱. دانشیار برنامه‌ریزی درسی، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی
۲ . استادیار آموزش ریاضی، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی
۳. نویسنده‌ی رابط: کارشناسی ارشد برنامه ریزی درسی، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی
(neda521@yahoo.com)

تاریخ دریافت مقاله: ۹۲/۶/۲۱
تاریخ پذیرش مقاله: ۹۳/۲/۱۳

Vol.4, No.1/37-22 دوره‌ی ٤، شماره‌ی ۱/۳۷-۲۲

مقدمه

امروزه فرایند جهانی شدن[1] و تحولات همراه با آن انتظارات فزاینده‌ای را در برابر برنامه‌های آموزشی قرار داده است. در این رابطه کیفیت نظام‌های آموزشی به‌طورفزاینده‌ای در سطح جهانی مورد مقایسه قرار می‌گیرد و این مقایسه‌ها تأکید بسیاری بر برنامه‌های درسی علوم و ریاضی و مهارت‌های ارتباطی دارند (صبوری خسروشاهی،۲۰۱۰). به دلیل تأکید زیادی که جامعه‌ی ما بر روی نیاز به یادگیری خواندن و نوشتن دارد، بسیاری از مطالعات بر این موارد تمرکز یافته‌اند تا به ریاضیت (پوراحمدعلی و موسوی‌پور، ۱۳۹۳). مطالعات نشان می‌دهد به رغم نیاز شدید به افزایش سواد ریاضی در اکثر کشورها، بیشتر دانش‌آموزان با مشکلات قابل توجهی در مطالعه ریاضی مواجه می‌شوند (تیمز[2]، ۲۰۰۰؛ پیزا، ۲۰۰۳، به نقل از موارچ و فریدکین[3]، ۲۰۰۶).

تحقیقات گسترده نشان می‌دهد که یکی از علل اصلی مشکلات یادگیری و پیشرفت در ریاضیات این است که دانش‌آموزان، اغلب بر یادگیری از روی تکرار و عادت[4]، راهبردهای نامناسب و نارسا و استدلال سطحی ریاضی[5] تکیه دارند (هیبرت[6]، ۲۰۰۳، به نقل از بوسن، لیتنر و پالم[7]، ۲۰۱۰؛ نریمانی و سلیمانی، ۱۳۹۲ و غباری‌بناب، نصرتی و غلامحسین‌زاده، ۱۳۹۳). طبق گزارش تیمز (۱۹۹۹)، در کلاس‌هایی که بر استدلال[8] و روش حل مسأله[9] تأکید شده بود، دانش‌آموزان موفقیت بیشتری نسبت به دانش‌آموزان سایر کلاس‌ها داشتند (مولیس[10]، ۲۰۰۰). بررسی نتایج تیمز ریاضی (۲۰۱۱،۲۰۰۷) نشان می‌دهد میانگین نمرات دانش‌آموزان ایرانی در

1. Globalization
2. TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study)
3. Mevarech & Fridkin
4. Rote learning
5. mathematically superficial reasoning
6. Hiebert
7. Boesen, Lithner and Palm
8. reasoning
9. problem solving
10. Mullis

پایه‌های چهارم و هشتم در حیطه استدلال ریاضی به‌طور معناداری از میانگین بین المللی پایین است (مرکز ملی مطالعات بین المللی تیمز و پرلز[1]، ۲۰۰۹، ۲۰۱۳).

شورای ملی معلمان ریاضی آمریکا[2] (NCTM، ۲۰۰۰) در کتاب اصول و استانداردهای ریاضیات مدرسه ای[3] پنج استاندارد فرایندی[4] را در آموزش ریاضی پیشنهاد می‌کند که عبارتند از: حل مسئله[5]، اثبات و استدلال[6]، گفتمان[7]، بازنمایی[8] و پیوندها و اتصال‌های ریاضی[9]. این شورا معتقد است برای آموزش مطلوب ریاضی برای رسیدن به اهداف هر دوره‌ی تحصیلی، برقراری این فرایندها در کلاس‌های درس ریاضی ضروریست و توانایی استدلال کردن را برای درک ریاضی اساس و پایه می‌داند. استدلال را می‌توان به عنوان فرایند کسب نتایج بر اساس دلایل یا فرضیات بیان شده تعریف کرد (مارتین و کاسمر[10]، ۲۰۰۹). استدلال ریاضی به تفکر منطقی از طریق مسائل ریاضی برای رسیدن به راه حل‌ها گفته می‌شود (سلدن و سلدن[11]، ۲۰۰۳).

استدلال به دو شکل استقرایی و استنتاجی وجود دارد (یوپ[12]، ۲۰۱۰). میازاکی(۲۰۰۰) مدلی ارائه کرده است که در آن پاسخ‌های دانش‌آموزان به سؤالات استدلال و اثبات را در چهار سطح دسته‌بندی می‌کند: الف- استدلال استنتاجی با زبان رسمی استدلال و نمادهای ریاضی که این بالاترین سطح استدلال ریاضی است (سطح A). ب- استدلال استنتاجی با زبان‌های دیگر، تصاویر و مواد قابل استفاده (سطح B). ج- استدلال استقرایی با زبان‌های دیگر، تصاویر و وسایل قابل

1. PIRLS (Progress in International Reading Literacy Study)
2. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)
3. Principles and Standards for School Mathematics
4. The Process Standards
5. Problem Solving
6. Reasoning and Proof
7. Communication
8. Representation
9. Connections
10. Martin & Kasmer
11. Selden & Selden
12. Yopp

Vol.4, No.1/37-22 دوره‌ی ٤، شماره‌ی ۱/۳۷-۲۲

استفاده (سطح C). د- استدلال استقرایی با زبان رسمی و نمادین ریاضی (سطح D) (به نقل از ریحانی وکلاهدوز، ۲۰۱۳). میازاکی معتقد است با انجام فعالیت‌های مناسبی می‌توان سطوح اثبات دانش‌آموزان را ارتقا داد به گونه ای که به سطح A برسند.

یانکلویتز[1] (۲۰۰۹) معتقد است که توانایی برای متقاعد کردن[2] دیگران از طریق بحث و توجیه[3]، اساس استدلال ریاضی را تشکیل می‌دهد. چاپین، اکونور و اندرسون[4] (۲۰۰۳) معتقدند بحث‌های کل کلاسی[5] مجال درگیر شدن در یک استدلال پایدار[6] را می‌دهد. مولر[7]، یانکلویتز و ماهر[8] (۲۰۱۰) معتقدند محیط ریاضی که در آن دانش‌آموزان با هم تعامل دارند و ایده‌های ریاضی خودشان را گفتمان می‌کنند، حالت ایده‌آل برای توسعه استدلال ریاضی است. چنین دلایلی بر توسعه‌ی روش‌های آموزشی مبتنی بر گفتمان[9] که پتانسیل ترغیب دانش، تفکر ریاضی و رشد توانایی استدلال ریاضی را دارند، تأکید می‌کنند. منظور از گفتمان ریاضی[10] گفتن و شنیدن، نوشتن درباره‌ی ریاضی و استدلال ریاضی‌وار به کمک زبان ریاضی است (NCTM، ۲۰۰۰). برای برقراری فرایند گفتمان ریاضی در کلاس درس می‌توان از روش‌های تدریس مختلفی از جمله روش تدریس بحث گروهی[11] استفاده کرد. آموزش به کمک بحث گروهی به فراهم آوردن موقعیتی گفته می‌شود که در آن یادگیرندگان با همدیگر، یا یادگیرندگان با معلم، به گفتگو می‌پردازند تا اطلاعات، اندیشه‌ها و عقاید را با هم مبادله کنند یا به کمک هم به حل مسائل بپردازند (سیف، ۲۰۱۲). بحث گروهی می‌تواند به یکی از سه شکل بحث کل کلاسی، بحث

1. Yankelewitz
2. convince
3. argumentation and justification
4. Chapin, O'connor & Anderson
5. Whole-class discussions
6. sustained reasoning
7. Mueller
8. Maher
9. communication
10. mathematical communication
11. group discussion

گروه کوچک[1]، بحث وگفتگو با شریک[2] صورت گیرد. سیریلو[3] (۲۰۱۳) در یک مقاله مروری، با توجه به همه مطالعات انجام شده در زمینه گفتمان کلاسی، ده استراتژی را در قالب سه گام اساسی اقدام، کاوش و بحث و خلاصه‌سازی برای تسهیل بحث‌های کلاس درس ریاضی (شامل بحث دو نفره و سپس بحث کل کلاسی) ارائه کرده است. مرعشی، حقیقی، بنابی مبارکی و باشلیده (۲۰۰۷) در پژوهشی دریافتند اجتماع پژوهی(به روش بحث و گفتگو) در برنامه آموزش فلسفه به کودکان بر پرورش مهارت‌های استدلال دانش‌آموزان سوم راهنمایی مؤثر است. ناهیدی (۲۰۱۰) در پژوهشی دریافت آموزش مبتنی برگفتمان ریاضی در پیشرفت دانش‌آموزان در حل مسائل کلامی و نیز در درک مفاهیم کسر، ارتباط و ترجمه تأثیر مثبتی داشته است. کلاهدوز (۲۰۱۱) در پژوهشی دریافت که اغلب دانش‌آموزان، درک و فهم مناسبی از فرایند اثبات و استدلال‌های معتبر در ریاضیات مدرسه ای ندارند. کرامارسکی و مروارچ[4] (۲۰۰۳) در پژوهشی دریافتند روش یادگیری مشارکتی همراه با فراشناخت نسبت به روش‌های دیگر در توسعه‌ی استدلال ریاضی دانش‌آموزان و دانش فراشناختی‌شان به طور قابل ملاحظه‌ای کاراتر است. اپریلا ماتیسن[5] (۲۰۰۶) در پژوهشی به این نتیجه رسید که سؤالات سطح بالا با حداقل سه ثانیه زمان انتظار در یک چینش گروه کوچک در کلاس ریاضی گفتمان را تقویت می‌کند. میچل برادفورد[6] (۲۰۰۷) در پژوهشی دریافت که استفاده از فعالیت‌های گفتگوی ریاضی یک راهبرد عملی برای پیشرفت تحصیلی ریاضی دانش‌آموزان ضعیف است. غلام‌آزاد (۲۰۰۹) در پژوهشی نشان داد که روش اثبات از طریق نوشتن یک گفتگو(دیالوگ شخصی) یک بحث اکتشافی عملی برای درگیر شدن دانشجویان در فرایند یک اثبات ریاضی است. بلانتون و استای لیانو[7] (۲۰۱۴) دریافتند که استدلال تعاملی طرح‌ریزی مفیدی برای تجزیه و تحلیل گفتگوی کل کلاسی است. آنها پیشنهاد

1. small-group discussion
2. Partner talk
3. Cirillo
4. Kramarski & Mevarech
5. Aprilla Matthiesen
6. Meachelle Bradford
7. Blanton & Stylianou

دوره‌ی ٤، شماره‌ی ۱/۳۷-۲۲ Vol.4, No.1/37-22

کردند گفتگوی کل کلاسی که به استدلال تعاملی دانش‌آموزان کمک می‌کند می‌تواند از یادگیری آنها در مورد اثبات که بالاترین سطح استدلال ریاضی است پشتیبانی کند. به طور کلی پژوهش‌های پیشین ضعف دانش‌آموزان در استدلال ریاضی و همچنین مناسب نبودن فرایند گفتمان ریاضی در کلاس‌های ریاضی را نمایان کرده‌اند، لیکن راهکاری عملی برای توسعه مهارت استدلال دانش‌آموزان و یا چگونگی ماهیت گفتمان در کلاس ارائه نداده اند.

این پژوهش، با در نظر گرفتن نقش استدلال ریاضی در یادگیری معنادار و درک مفهوم ریاضی و ارائه روشی برای افزایش مهارت استدلال دانش‌آموزان در کلاس‌های درس ریاضی ضرورت پیدا می‌کند. انجام تحقیقات متعدد در این زمینه و فقدان پژوهش در مورد اثر بخشی گفتمان ریاضی بر استدلال ریاضی، آشنا ساختن معلمان و برنامه‌ریزان درسی به منظور تدارک فرصت‌های غنی و مناسب یادگیری ریاضی و فراهم‌سازی زمینه‌ای برای تحقیقات بعدی از مواردی است که بر بدیع بودن آن می‌افزاید. براساس مبانی ذکر شده هدف اصلی پژوهش حاضر بررسی تأثیر آموزش مبتنی بر گفتمان ریاضی بر توانایی استدلال دانش‌آموزان پایه اول دوره‌ی دوم متوسطه است و اهداف فرعی آن عبارتند از:

۱. شناسایی تأثیر آموزش مبتنی بر گفتمان ریاضی(به شیوه‌ی بحث‌های کلاسی) بر توانایی استدلال استنتاجی دانش‌آموزان در درس ریاضی.
۲. شناسایی رابطه بین توانایی استدلال استنتاجی و استقرایی دانش‌آموزان.

روش

این پژوهش نیمه آزمایشی و از نوع پیش آزمون و پس آزمون با گروه کنترل است.

جامعه، نمونه و روش نمونه‌گیری: جامعه‌ی آماری این پژوهش شامل کلیه‌ی دانش‌آموزان دختر سال اول دوره‌ی دوم متوسطه شهر ری که در سال تحصیلی۹۳-۱۳۹۲ مشغول به تحصیل بوده‌اند. نمونه‌گیری به صورت تصادفی چند مرحله‌ای صورت گرفت. در مرحله اول دبیرستانی از بین دبیرستان‌های دخترانه شهر ری به تصادف انتخاب و سپس ۲ کلاس از بین ۵ کلاس به‌صورت تصادفی ساده انتخاب گردید. در مرحله آخر از بین دو گروه یک گروه به طور

تصادفی به گروه آزمایش و دیگری به گروه گواه گمارده شدند. آموزش در گروه گواه به شیوه سنتی و در گروه آزمایشی به شیوه بحث‌های کلاسی با راهبردهای دهگانه سیریلو(۲۰۱۳) انجام شد. نمونه پژوهش شامل ۵۷ نفر بود که شامل ۲۷ نفر گروه گواه و ۳۰ نفر گروه آزمایش بودند. برای گردآوری داده‌ها از ابزار زیر استفاده شد:

آزمون سنجش توانایی استدلال ریاضی: شامل ۱۰ سؤال که از سؤالات حیطه استدلال تیمز ریاضی سوم راهنمایی و سؤالات میازاکی انتخاب گردید. روایی آن را ۳ نفراز اساتید آموزش ریاضی و ۵ نفر از دبیران ریاضی تأیید کردند. ملاک بررسی توانایی استدلال ریاضی در این پژوهش نمراتی بود که دانش‌آموزان در پیش و پس آزمون کسب کرده‌اند. برای نمره گذاری آزمون از مدل میازاکی استفاده شد و به استدلال در سطح A بالاترین نمره (۴)، در سطح B (۳)، در سطح D (۲)، استدلال در سطح C (۱) و به پاسخ‌های بی پایه و اساس و غلط نمره‌ی صفر اختصاص داده شد. آزمون دارای ۱۰ سؤال بود و نمره‌ی هر شخص بین صفر تا ۴۰ بود. ضریب پایایی این آزمون با استفاده از روش آلفای کرونباخ ۰/۷۹ به دست آمد.

روش اجرا: بعد از نمونه‌گیری، پیش‌آزمون از هر دو کلاس به عمل آمد. در گروه آزمایشی ۱۶ جلسه یک و نیم ساعته، آموزش به‌صورت بحث‌های کلاسی و هفته‌ای دو جلسه صورت گرفت و در گروه کنترل آموزش همان موضوعات و مسائل و با زمان یکسان به شیوه سنتی انجام شد. پس از اتمام دوره آموزش از هر دو گروه پس آزمون به عمل آمد. سرانجام، داده‌های جمع‌آوری شده با استفاده از آزمون تحلیل کواریانس یک متغیری (ANCOVA) و آزمون $t-$ مستقل و ضریب اسپیرمن تجزیه و تحلیل شدند. آموزش به شیوه بحث‌های کلاسی، مداخله‌ای است که هدف آن، بهبود فرایند گفتمان ریاضی در کلاس‌های درس ریاضی، افزایش مهارت‌های متعدد در دانش‌آموزان از جمله مهارت فکر کردن و استدلال کردن، بهبود تعامل معلم-دانش‌آموز و دانش‌آموز-دانش‌آموز است. این مداخله دارای ده مرحله ی پیشنهادی (سیریلو ۲۰۱۳) می‌باشد که در جدول ۱ آورده شده است.

دوره‌ی ٤، شماره‌ی ۱/۳۷-۲۲ Vol.4, No.1/37-22

جدول۱. مراحل بحث و گفتگوی کل کلاسی در قالب سه گام اصلی و با راهبردهای دهگانه سیریلو(۲۰۱۳)

سه گام بحث	مرحله	برنامه
گام اقدام	۱) توجه به فرهنگ کلاس	ایجاد قوانین «گفتگوی احترام آمیز» به کمک دانش‌آموزان
	۲) انتخاب تکالیف ریاضی سطح بالا	انتخاب تکالیف ریاضی باز پاسخ با راهبردهای چندگانه ومورد علاقه دانش‌آموز
	۳) پیش‌بینی راهبردهایی که ممکن است دانش‌آموزان برای حل تکالیف استفاده کنند و نظاره کردن به کار آنها	پیش بینی اینکه دانش‌آموزان چگونه صورت ریاضی یک مسأله را تفسیر کنند، انواع راهبردهای غلط و صحیحی که ممکن است به کار برند و کدام راهبردها ممکن است به اهداف درس مربوط شوند- نظارت کردن که شامل گوش دادن به بحث‌هایی دانش‌آموزان با همکلاسی‌هایشان انجام می‌دهند و مشاهده روش‌هایی که به کار می‌برند این به دلیل شناسایی راهبردهایی است که «بازتاب جمعی» را توسعه خواهد داد.
گام کاوش	۴) اجازه دادن به دانش‌آموزان برای تفکر و شکل دادن به بحث‌ها	پرسیدن سؤالات موثق که برای به دست آوردن اطلاعات است نه برای آزمودن اینکه دانش‌آموزان چه می‌دانند و چه نمی‌دانند. نظیر: می‌توانید به ما بگویید چطور تصمیم گرفتید که پاسخ ۵ است؟
	۵) آزمودن و طراحی سؤالات	پرسیدن سؤالات باز برای باز کردن بحث وبه حداکثر رساندن شانس افراد برای مشارکت در بحث. سؤالاتی که دانش‌آموزان مجبورند بیش از یک پاسخ کلامی فراهم کنند زیرا پاسخ‌ها پیچیده است. نظیر: چه رابطه‌ای بین راه حل‌های یک معادله درجه دوم و نمودار آن وجود دارد؟
	۶) تدبیر معلم در ارائه اطلاعات جدید	❖ خلاصه کردن کار دانش‌آموز به طوریکه اطلاعات جدید را به گفتگو وارد کند. ❖ فراهم کردن اطلاعاتی که دانش‌آموزان برای آزمودن ایده‌هایشان یا تولید یک مثال نقض نیاز دارند. ❖ خواستن از دانش‌آموزان برای تفکر در مورد یک راهبرد جدید- ارائه مثال نقض. ❖ ارائه کردن یک نمایش جدید از موقعیت مانند رسم یک منحنی به همراه جدول مقادیر. ❖ درگیر شدن در یک پرسش سقراطی برای معرفی مفهوم جدید
	۷) بررسی راه حل‌های غلط	درگیر کردن دانش‌آموزان در شکل دادن اینکه چرا ایده ای معنی می‌دهد یا نمی‌دهد. به علت اینکه بدفهمی‌ها ی مشترک را نشان می‌دهد، تفکر دانش‌آموز تصفیه می‌شود و فراشناخت را تشویق می کند.
گام بحث و خلاصه سازی	۸) انتخاب و مرتب کردن ایده‌ها برای به اشتراک گذاری در بحث	تصمیم گیری در مورد راه حل‌ها و ترتیبی که قرار است به اشتراک گذاشته شوند. این ترتیب گذاری و انتخاب‌های هدفدار شانس اینکه اهداف ریاضی مورد نظر معلم مورد بحث قرار گیرند افزایش می‌دهد.
	۹) استفاده از اقدام‌های گفتگوی معلم برای پیشبرد ریاضی	• استفاده از زمان انتظار • دعوت دانش‌آموز برای مشارکت • بازخوانی • خواستن از دانش‌آموزان برای باز خوانی گفته‌های دیگران • جا انداختن تفکر دانش‌آموزان • ایجاد فرصت برای درگیر کردن با استدلال شخص دیگر
	۱۰) ارتباط برقرار کردن بین راه حل‌ها و خلاصه کردن بحث.	خلاصه کردن ایده‌های کلیدی و ارتباط دادن بین راه حل‌ها

نتایج

میانگین(و انحراف) معیار سنی دانش‌آموزان شرکت کننده، ۱۴/۶ (و۰/۲۵) بود و همگی در یک دبیرستان دخترانه دولتی و عادی در شهر ری در سال تحصیلی ۹۳-۱۳۹۲ مشغول به تحصیل بودند.

جدول۲. میانگین و انحراف استاندارد مهارت استدلال ریاضی دانش‌آموزان دو گروه کنترل و آزمایش در پیش و پس آزمون

مهارت‌های استدلال	گروه	پیش آزمون		پس آزمون		تفاضل میانگین نمرات پیش آزمون و پس آزمون	تعداد
		M	SD	M	SD		
استدلال ریاضی(کلی)	آزمایشی	۱۶/۷۰	۹/۷۲۷	۳۰/۲۰	۶/۹۶۹	۱۳/۵	۳۰
	گواه	۱۷/۹۳	۸/۸۶۱	۲۶/۵۲	۷/۰۶۲	۸/۵۹	۲۷
استنتاجی	آزمایشی	۱۴/۵	۱۰/۱۰۲	۲۷/۶۳	۸/۰۷۹	۱۳/۱۳	۳۰
	گواه	۱۵/۱۵	۹/۳۴۲	۲۳/۲۲	۹/۱۶۶	۸/۰۷	۲۷
استقرایی	آزمایشی	۲/۰۳	۱/۲۹۹	۲/۳۷	۲/۵۵۳	۰/۳۴	۳۰
	گواه	۲/۷۷	۲/۱۷۲	۳/۳۰	۳/۰۱۰	۰/۵۳	۲۷

همانطور که در جدول ۲ مشاهده می‌شود میانگین (و انحراف معیار) مهارت‌های استدلال ریاضی دانش‌آموزان در مرحله پیش آزمون برای گروه کنترل ۱۷/۹۳(و۸/۸۶۱) و گروه آزمایش ۱۶/۷۰ (و۹/۷۲۷) می‌باشد. همچنین میانگین (و انحراف معیار) مهارت‌های استدلال ریاضی دانش‌آموزان در مرحله پس آزمون برای گروه کنترل ۲۶/۵۲ (و۷/۰۶۲) و گروه آزمایش ۳۰/۲۰ (و ۶/۹۶۹) می‌باشد. نتایج نشانگر آن است که در مرحله پیش آزمون تفاوت چندانی بین میانگین نمرات مهارت‌های استدلال در دو گروه کنترل و آزمایش وجود ندارد، اما در مرحله پس آزمون میانگین نمرات در گروه آزمایش نسبت به گروه کنترل افزایش یافته است.

قبل از استفاده از آزمون پارامتریک تحلیل کواریانس جهت رعایت فرض‌های آن، از آزمون لوین استفاده شد. بر اساس این آزمون هیچ تفاوت معنی داری بین میانگین‌های دو گروه کنترل و آزمایش پیش از شروع آزمایش نبوده است و شرط همگنی واریانس‌ها (P=۰/۶>۰/۰۵ و F=۰/۲۷۷) برقرار بود. پیش فرض‌های دیگر شامل طبیعی بودن توزیع نمرات، پایا بودن متغیر

دوره‌ی ٤، شماره‌ی ۱/۳۷-۲۲ Vol.4, No.1/37-22

همپراش، همگونی شیب رگرسیون و خطی بودن همبستگی متغیر همپراش و متغیر مستقل بررسی شد و همگی برقرار بود.

جدول۳. خروجی اصلی تحلیل کواریانس توانایی استدلال ریاضی در گروه آزمایش و گواه

منابع تغییرات	SS	df	MS	F	P	Eta
مقدار ثابت	۴۰۵/۲۴۵[a]	۲	۲۰۲/۶۲۲	۴/۳۸۹	۰/۰۱۷	۰/۱۴
اثر پیش آزمون	۲۱۲/۶۴۵	۱	۲۱۲/۶۴۵	۴/۶۰۶	۰/۰۳۶	۰/۰۷۹
اثر متغیر مستقل	۲۱۹/۶۰۶	۱	۲۱۹/۶۰۶	۴/۷۵۷	۰/۰۳۴	۰/۰۸۱
خطا	۲۴۹۲/۸۹۶	۵۴	۴۶/۱۶۵			
کل	۴۹۰۵۴/۰۰	۵۷				

همان طور که در جدول۳ مشاهده می‌شود مقدار F (P=۰/۰۳۴<۰/۰۵ و ۴/۷۵۷=(۵۴و۱)F=) محاسبه شده برای نمرات مهارت‌های استدلال در دو گروه آزمایش و کنترل بعد از ثابت نگه داشتن اثر پیش آزمون معنادار است. در نتیجه بین میانگین نمرات پس آزمون مهارت‌های استدلال در دو گروه آزمایش و کنترل با ثابت نگه داشتن اثر پیش آزمون تفاوت معنادار وجود دارد. مقایسه میانگین‌های دو گروه نشان می‌دهد میانگین نمرات مهارت‌های استدلال ریاضی دانش‌آموزان در گروه آزمایش با (M=۳۰/۲۰) بالاتر از گروه کنترل (M=۲۶/۵۲) است. بنابراین آموزش مبتنی بر گفتمان ریاضی با شیوه بحث‌های کل کلاسی در افزایش مهارت استدلال ریاضی دانش‌آموزان در مقایسه با گروه کنترل که به شکل سنتی آموزش دیده اند، مؤثر واقع شده است.

از آزمون t برای گروه‌های مستقل استفاده شد و نتایج آن در جدول ۴ آمده است.

جدول٤. نتایج آزمون t برای تساوی میانگین‌ها

t	df	P	تفاوت بین میانگین‌ها	خطای استاندارد	فاصله اطمینان ۹۵ درصدی	
					حداکثر	حداقل
۱/۹۳۱	۵۵	۰/۰۵	۴/۴۱	۲/۲۸	۸/۹۸۸	-۰/۱۶۶

چون t محاسبه شده (۱/۹۳۱) بزرگتر از t مشاهده شده (۱/۶۷) می‌باشد، لذا فرضیه صفر رد می‌شود و با اطمینان بیش از ۹۵ درصد می‌توان گفت میانگین نمرات توانایی استدلال استنتاجی دانش‌آموزانی که آموزش مبتنی بر گفتمان ریاضی به شیوه بحث‌های کلاسی می‌بینند نسبت به دانش‌آموزانی که به روش سنتی آموزش می بینند بیشتر است.

همچنین ضریب همبستگی اسپیرمن محاسبه گردید و مقدار آن در گروه آزمایشی(۰/۵۱-) با سطح معناداری (۰/۰۰۴) به‌دست آمد. بنابراین بین توانایی استدلال استقرایی و استنتاجی دانش‌آموزان گروه آزمایشی رابطه معکوس و معنادار وجود دارد.

بحث و نتیجه گیری

هدف پژوهش حاضر، بررسی تأثیر گفتمان ریاضی و بحث‌های کلاسی بر توانایی استدلال ریاضی دانش‌آموزان بود. با توجه به یافته‌های به دست آمده از تحقیق حاضر می‌توان نتیجه گرفت آموزش به شیوه بحث‌های کلاسی مبتنی بر ده استراتژی سیریلو(۲۰۱۳)، توانسته است با بهبود گفتمان ریاضی در کلاس درس، مهارت‌های استدلال ریاضی و استدلال استنتاجی دانش‌آموزان را افزایش دهد. همچنین مقدار ضریب همبستگی اسپیرمن نشان داد بین توانایی استدلال استقرایی و استنتاجی دانش‌آموزان رابطه‌ی معکوس وجود دارد. این یافته‌ها به لحاظ تأثیر آموزش مبتنی بر گفتمان بر یادگیری ریاضی و پیشرفت تحصیلی با پژوهش ناهیدی (۲۰۱۰) و میچل برادفورد (۲۰۰۷)، به‌لحاظ تأثیر آن بر توانایی استدلال ریاضی دانش‌آموزان با نتایج پژوهش‌های کرامارسکی و مروارچ (۲۰۰۳)، غلام آزاد (۲۰۰۹)، بلانتون و استای لیانو (۲۰۱۴)، به لحاظ تأثیر گفتمان بر توانایی استدلال با پژوهش مرعشی و همکاران(۲۰۰۷) و به لحاظ نظری با NCTM (۲۰۰۰)، چاپین و همکارانش(۲۰۰۳) همسو است.

در تبیین این یافته‌ها می‌توان گفت تدریس ریاضی مبتنی بر گفتمان ریاضی(با شیوه‌ی بحث‌های کلاسی) استفاده از استراتژی‌هایی را توصیه می‌کند که بر فعالیت دانش‌آموز ارزش می‌دهد نه یک فرایند تدریس که لزوماً بر فعالیت معلم متمرکز است و دانش‌آموزان عمدتاً به معلم

گوش می‌دهند یا آنچه او می‌خواهد انجام می‌دهند (نیکول[1]،۱۹۹۹؛NCTM ۲۰۰۷). البته انواع تمرین‌هایی که معلمان انجام می‌دهند نقش عمده‌ای را در تعیین گستره و کیفیت یادگیری دانش‌آموزان بازی می‌کند. در صورتی که دانش‌آموزان در تکالیف و تمرین‌های طراحی شده برای تعمیق و ارتباط با دانش شان، به طور فعال درگیر شوند؛ درک شان از ایده‌های ریاضی می‌تواند در طول سال‌های مدرسه شکل گیرد (NCTM، ۲۰۰۰). ماهیت تکالیف می‌تواند پیامدهایی برای نحوه شرکت دانش‌آموزان در ساخت و ساز دانش ریاضی‌شان داشته باشد. تکالیفی که در آنها دانش‌آموزان مجموعه‌ای از اعمال را انجام می‌دهند که در شیوه معمول حفظ شده‌اند، از نظر استین و اسمیت[2] (۱۹۹۸)، ارزش کمتری نسبت به تکالیفی دارند که دانش‌آموزان را به چالش می‌کشد و آنها را وادار به ایجاد ارتباط بین مفاهیم ریاضی و استدلال و گفتمان ریاضی می‌کنند. اسانا، لاکروکس، توکر و دسروسیرس[3](۲۰۰۶) روی استفاده از تکالیفی تأکید دارند که مشارکت دانش‌آموزان در فعالیت‌های کلاسی را مد نظر قرار داده اند و آنها را به کشف و جستجو و بالابردن انگیزه، نگاه به مدل‌ها، پیوندها و برقراری ارتباط و بحث و شناسایی جایگزین‌ها ترغیب می‌کند. با این وجود، انتخاب تکالیف، مؤثر بودن آموزش را تضمین نمی‌کند. معلمان در تعیین جنبه‌های مختلف وظایف‌شان مانند سازماندهی و راهنمایی فعالیت‌های دانش‌آموزان، سؤالاتی که برای به چالش کشیدن سطوح مختلف مهارت‌های دانش‌آموزان می‌پرسند، نقش مهمی‌دارند (NCTM، ۲۰۰۷). کار روی تکالیف ریاضی که مجموعه ای از موضوعات مرتبط را برای بحث فراهم می‌کند برای دانش‌آموزان اهمیت دارد (NCTM، ۲۰۰۷). بنابراین گام بعدی سازماندهی بحث و گفتگو است که امکان تفکر، توجیه و گفتمان ریاضی را فراهم می‌آورد. نیکول (۱۹۹۹) بر اهمیت آگاهی معلمان برای گوش دادن به دانش‌آموزانشان برای تشویق آنها به بحث فعالیت‌های کلاسی تأکید دارد. گوش دادن معلم به راه حل‌های دانش‌آموزان،

1. Nicol
2. Stein & Smith
3. Osana, Lacroix, Tucker & Desrosiers

بد فهمی‌ها را برای معلم نمایان می‌کند و معلم با پرسیدن سؤال مناسب و مرتب کردن پاسخ‌های دانش‌آموزان، این بد فهمی‌ها را برطرف می‌نماید شاید این مهمترین تأثیر گفتمان ریاضی در پیشرفت ریاضی دانش‌آموزان باشد. البته ایجاد محیطی ایمن و با احترام در کلاس برای شرکت در بحث و گفتگو، عامل مهمی است تا دانش‌آموزان بدون ترس از مسخره شدن پنداشت‌هایشان را به اشتراک بگذارند. عامل دیگری که می‌تواند در موفقیت این شیوه مؤثر باشد استفاده‌ی به جای معلم از اقدام‌های گفتگوست. هنینگسن و استین[1] (۱۹۹۷) مقدار زمان انتظار را یک عامل خیلی مهم به منظور تشویق استدلال ریاضی سطح بالا می‌دانند. همچنین به نظر می‌رسد ارتباط برقرار کردن بین راه حل‌ها و خلاصه شدن بحث به دست معلم و بررسی انواع استدلال‌ها از نظر سطح اعتبارشان، و آشنا ساختن دانش‌آموزان با محدودیت استدلال استقرایی عامل دیگری در بهبود توانایی استدلال ریاضی دانش‌آموزان بوده است.

به طور کلی دانش‌آموزان در دوره‌ی متوسطه در درک و فهم استدلال و اثبات‌های ریاضی مشکل دارند و نتایج پژوهش حاضر می‌تواند از طریق گفتمان ریاضی و راهبردهای اجرایی آن در کلاس درس ریاضی، بر بهبود درک و از بین رفتن بد فهمی‌ها، آشنایی دانش‌آموزان با استدلال‌های معتبر و افزایش مهارت استدلال ریاضی آنان مؤثر واقع شود.

از محدودیت‌های این پژوهش، استفاده از سؤالات آزمون تیمز و میازاکی به عنوان ابزار آزمون است این در حالیست که برای سنجش توانایی استدلال ریاضی می‌توان از آزمون‌های دیگر و با طبقه‌بندی‌های متفاوت از سطوح استدلال ریاضی نیز استفاده کرد. با توجه به یافته‌های پژوهش پیشنهاد می‌شود که از روش مطالعه‌ی حاضر برای بررسی تأثیر آن روی سطوح دیگر حیطه‌شناختی و همچنین در دوره‌های مختلف آموزشی مطالعاتی صورت پذیرد.

1. Henningsen & Stein

References

Aprilla-Matthiesen, E. (2006). *Teacher questioning: Effect on student communication in middle school algebra mathematics classrooms.*M.Sc. Thesis, Texas A&M University.

Blanton, M. L. & Stylianou, D. A. (2014). Understanding the role of transactive reasoning in classroom discourse as students learn to construct proofs. *Journal of Mathematical Behavior*, 34, 76–98.

Boesen, J., Lithner, J. & Palm, T. (2010). The relation between types of assessment tasks and the mathematical reasoning students use. *Educational Studies in Mathematics,* 75, 89–105.

Chapin, S. H.,O'connor, C. & Anderson, N. C. (2003). Classroom discussions: Using math talk to help students learn. Sausalito, CA: Math Solutions Publications.

Cirillo, M. (2013).What are some strategies for facilitating productive classroom discussions? *The National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM), Reston: USA.

GhobariBonab, B., Nosrati, F. & GolamHosseinzadeh, H. (2014). The effect of self-instruction on mathematic problem solving Performance*. Journal of Learning Disabilities,* 3 (3), 112-118.(Persian).

Gholamazad, S. (2009). *Proving through mathematical dialogue.* Third international conference on science and mathematics education (CoSMEd), Penang: Malaysia,10-12.

Henningsen, M. & Stein, M. K. (1997). Mathematical tasks and student cognition: Classroom based factors that support and inhibit high-level mathematical thinking and reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education,* 28, 524-549.

Kolahdouz, F. (2011). *A study on mathematics reasoning and proof conception of high school second grades*. M.Sc. thesis, Shahid Rajaee Teacher Training University, Tehran, Iran. (Persian)

Kramarski, B. & Mevarech, Z. R. (2003). Enhancing mathematical reasoning in the classroom: The effects of cooperative learning and meta-cognitive training. *American Educational Research Journal*, 40, 281–310.

Marashi, S. M., Haghighi, J., BonabiMobaraki, Z. & Bashlideh, Q. (2008). The impact of the community of inquiry approach on the development of reasoning skills among 8th grade female students. *Journal of Curriculum Studies*, 2(7), 95-122. (Persian).

Martin, W. G. & Kasmer, L. (2009). Reasoning and sense making. *Teaching Children Mathematics,* 16(5), 284-291.

Meachelle Bradford, S. (2007). *The use of mathematics dialogues to support student learning in high school prealgebraclasses.* Ph.D Dissertation in Education (Curriculum and Instruction), The University of Montana, Missoula, MT.

Mevarech, Z. & Fridkin, S. (2006). The effects of improve on mathematical knowledge, mathematical reasoning and meta-cognition. *Metacognition Learning*, 1, 85–97.

Miyazaki, M. (2000). Levels of proof in lower secondary school mathematics. *Educational Studies in Mathematics,*41**,**47–68.

Mueller, M., Yankelewitz, D. & Maher, C. (2010). Rules without reason: Allowing students to rethink previous conceptions. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 7(2&3), 307-320.

Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Gozalez, E. J., Gregory, K. D., Garden, R. A., O'Conner, K. M., Chrostowski, S. J. & Smith, T. A. (2000). *TIMSS 1999: International mathematics report. Findings form IEA's repeat of the third international mathematics and science study at eighth grade.* Boston College:USA.

National Center for TIMSS and PIRLS International Studies. (2009). *A Collection of TIMSS Sciences and Mathematics Problems (Grade 8th)*. Research Center of Education, Tehran: Iran. (Persian).

National Center for TIMSS and PIRLS International Studies. (2013). *A brief report of Most Important Results of TIMSS and PIRLS 2011 and Comparison with Iranian Students' Performance in the Past Peroids.* Research Center of Education, Tehran: Iran. (Persian).

Nahidi, E. (2010). *The effect of instruction by mathematical communication on the word problem solving.* M.Sc. Thesis,ShahidChamran University, Ahwaz: Iran. (Persian).

Narimani, M. & Soleymani, E. (2013). The effectiveness of cognitive rehabilitation on executivefunctions (working memory and attention) and academicachievement in students with math learning disorder. *Journal of Learning Disabilities,* 2(3), 136-142. (Persian).

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics.* The National Council of Teachers of Mathematics, Inc., Reston: USA.

National Council of Teachers of Mathematics. (2007). *Princípios e Normaspara a Matemática Escolar.* Lisboa: APM.

Nicol, C. (1999). Learning to teach mathematics: Questioning, listening, and responding. *Educational Studies in Mathematics*, 37, 45-66.

Osana, H., Lacroix, G., Tucker, B. J. & Desrosiers, C. (2006). The role of content knowledge and problem features on preservice teachers' appraisal of elementary tasks. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9(4), 347-380.

Pourahmadali, A. & Musavipour, S. (2014). Educational multimedia production of hesabamooz and its dffectiveness on the academic achievement of minus and division operation of female students with dyscalculia. *Journal of Learning Disabilities,* 3(3), 112-118 .(Persian).

Reyhani, E. & Kolahdouz, F. (2013). Investigation and analysis of the basic models ofreasoning and proof in mathematical education. *Quarterly Journal of Educational Innovations*, 48, 45-70. (Persian).

SaboriKhosroshahi, H. (2010). Education in globalization period: Challenges and needed strategies to face on. *Strategic Studies of Globalization Journal*, 1(1), 153-196. (Persian).

Saif, A. A. (2012). *Modern educational psychology, psychology of learning and instruction.* 7th Ed., Douran Publications, Tehran: Iran. (Persian).

Selden, A. & Selden, J. (2003). Validations of proofs considered as texts: Can undergraduates tell whether an argument proves a theorem? *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(1), 4-33.

Vol.4, No.1/37-22 دوره‌ی ٤، شماره‌ی ۱/۳۷-۲۲

Stein, M. K. & Smith, M. S. (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *3(4), 268-275.*

Yankelewitz, D. (2009). *The development of mathematical reasoning in elementary school students' exploration of fraction ideas.* Dissertation in Doctor of Education,Graduate School of Education, The State University of New Jersey, Rutgers: USA.

Yopp, D. A. (2010). From inductive reasoning to proof. *Mathematics teaching in the middle school*, 15(5), 286- 291.

Vol.4, No.1/156-164 دوره‌ی ٤، شماره‌ی ١٦٤/١-١٥٦

The impact of mathematical communication-based training on the mathematical reasoning ability among high-school students

Gh. Ahmady[1], E. Reyhani[2] & N. Nakhostin-Ruhi[3]

Abstract

The purpose of this study was to investigate the effect of mathematical communication-based training (using class discussion method) on the mathematical reasoning ability of students. The statistical universe of the study was all 9th grade female students of Shahre-Rey in the 1392-93 academic year. 57 students were selected using multi-stage random method and classified in two, experimental and control groups. Measurement tool of this study is mathematical reasoning ability assessment exam that were selected from TIMSS mathematical reasoning and Miyazaki (2000) questions, and its reliability was obtained 0.79. Designed program was implemented to experimental group during 16 sessions in three launch, explore, discuss and summarizing phases, using Cirillo's strategies (2013) for facilitating class discussions. Results of ANCOVA demonstrated that mathematical reasoning and deductive mathematical reasoning abilities of students in experimental group have been increased with respect to the students of control group. The value of Spearman's correlation showed that there are significant correlation between deductive and inductive reasoning of students in both control and experimental groups so that along with strengthening deductive reasoning ability and introducing with limitations of inductive reasoning, students less used inductive reasoning for argumentation.

Key words: mathematical communication, class discussions, mathematical reasoning**,** deductive reasoning, inductive reasoning

1. Associate professor in curriculum, Shahid Rajaee Teaching Training University
2. Assistant professor in mathematical education, Shahid Rajaee Teaching Training University
3. Corresponding author: M.A. student of curriculum, Shahid Rajaee Teaching Training University (neda521@yahoo.com)